

2021

**Mathematics**

ಗಣಿತ

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 100

ಸಮಯ : 3 ಗಂಟೆಗಳು

ಗರಿಷ್ಠ ಅಂಕಗಳು : 100

**SPECIFIC INSTRUCTIONS**

ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸೂಚನೆಗಳು

(i) Candidates have to attempt all questions.

ಅಭ್ಯರ್ಥಿಗಳು ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೂ ಉತ್ತರಿಸಬೇಕು

(ii) Marks carried by each question are indicated at its end.

ಪ್ರತಿ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಅದಕ್ಕೆ ನೀಡಲಾಗುವ ಅಂಕಗಳನ್ನು ನಮೂದಿಸಲಾಗಿದೆ.

1. Find the value of  $b$  such that the system  $2x + y + 2z = 0$ ;  $x + y + 3z = 0$ ;  $4x + 3y + bz = 0$  has non-trivial solution and find the solution.

$2x + y + 2z = 0$ ;  $x + y + 3z = 0$ ;  $4x + 3y + bz = 0$  ರ ಸಿಸ್ಟಂನಲ್ಲಿ ನಾನ್ ಟ್ರಿವಿಯಲ್ ಇದ್ದಾಗ 'ಬಿ' ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಹಾಗೂ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

[4]

2. Solve the partial differential equation  $pz - qz = z^2 + (x + y)^2$ .

$pz - qz = z^2 + (x + y)^2$  ಆಂಶಿಕ ಅವಕಲನ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಿ.

[4]

3. Obtain symmetric matrix  $B$  for the quadratic form

$$Q = 2x_1^2 + 3x_1x_2 + x_2^2$$

ಚತುರ್ಭುಜ ರೂಪಕ್ಕಾಗಿ ಸಮಮಿತಿಯ ಮಾತೃಕೆ ಬಿ ಪಡೆಯಿರಿ.

$$Q = 2x_1^2 + 3x_1x_2 + x_2^2$$

[4]

4. Write an algorithm to find the real root of the equation by Bisection method.

ಬೈಸೆಕ್ಷನ್ ವಿಧಾನದಿಂದ ಸಮೀಕರಣದ ನೈಜ ಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅಲ್ಗಾರಿದಮ್ ಬರೆಯಿರಿ.

[4]



5. Find the eigen values and associated non zero eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

ಮಾತೃಕೆಯ ಐಗನ್ ಬೆಲೆಗಳು ಮತ್ತು ತತ್ಸಂಬಂಧಿ ಶೂನ್ಯೇತರ ಐಗನ್ ಸುದಿಶಗಳನ್ನು

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

[6]

6. Find the equation of the cone whose vertex is (5, 4, 3) and  $3x^2 + 2y^2 = 6$ ,  $y + z = 0$  as base.

ಶಂಕುವಿನ ಶೃಂಗ (5, 4, 3) ಇದ್ದಾಗ  $3x^2 + 2y^2 = 6$ ,  $y + z = 0$  ಆಧಾರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಸಮೀಕರಣ ರಚಿಸಿ.

[6]

7. A particle of mass  $m$  moves in a plane. Obtain Lagrange's equation of motion.

ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯ ಕಣ ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುವಾಗ ಲಗ್ರಾಂಜ್‌ನ ಚಲನೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

[6]

8. Solve  $(xy^3 + y)dx + 2(x^2y^2 + x + y^4)dy = 0$ .

$$(xy^3 + y)dx + 2(x^2y^2 + x + y^4)dy = 0$$

ಇದನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಿ.

[6]

9. Solve the initial value problem  $9y'' + 6y' + y = 0$  with  $y(0) = 4$ ,  $y'(0) = -\frac{13}{4}$ .

$$9y'' + 6y' + y = 0 \text{ with } y(0) = 4, \quad y'(0) = -\frac{13}{4}$$

ಇದರ ಆರಂಭಿಕ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

[6]

10. Find the angle between the surfaces  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  and  $z = x^2 + y^2 - 3$  at the point (2, -1, 2).

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9 \text{ and } z = x^2 + y^2 - 3$$

ಮೇಲ್ಮೈಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು (2, -1, 2) ಪಾಯಿಂಟ್‌ನಲ್ಲಿ

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

[6]

11. Verify Cayley-Hamilton theorem for the matrix and use it to find  $A^{-1}$  where

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 8 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 8 & 1 \end{bmatrix}$$

ಮ್ಯಾಟ್ರಿಕ್ಸ್‌ಗಾಗಿ ಕೇಲಿ ಹ್ಯಾಮಿಲ್ಟನ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಬಳಸಿ,  $A^{-1}$  ಅನ್ನು

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

[6]

12. Show that the system of rectangular hyperbolas  $x^2 - y^2 = c^2$  and  $xy = c^2$  are mutually orthogonal trajectories.

$$x^2 - y^2 = c^2 \text{ and } xy = c^2$$

ಆಯತಾಕಾರದ ಹೈಪರ್‌ಬೋಲಾಸ್ ವ್ಯವಸ್ಥೆ ಮತ್ತು  $xy = c^2$  ಪರಸ್ಪರ ಆರ್ಥೋಗೋನಲ್ ಪಥಗಳಾಗಿ

ತೋರಿಸಿ.

[6]

13. A rectangular box open at top is to have a volume 108 cubic meters. Find its dimensions if its total surface area is minimum.

ಮೇಲ್ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಆಯತಾಕಾರದ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯು 108 ಘನ ಮೀಟರ್ ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಅದರ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕನಿಷ್ಠವಾಗಿದ್ದರೆ ಅದರ ಆಯಾಮಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [6]

14. Using Simplex method, Maximize  $Z = 5x_1 + 3x_2$

subject to  $x_1 + x_2 \leq 2$ ;  $5x_1 + 2x_2 \leq 10$ ;  $3x_1 + 8x_2 \leq 12$ ;  $x_1, x_2 \geq 0$

ಸಿಂಪ್ಲೆಕ್ಸ್ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿ,  $x_1 + x_2 \leq 2$ ;  $5x_1 + 2x_2 \leq 10$ ;  $3x_1 + 8x_2 \leq 12$ ;  $x_1, x_2 \geq 0$  ಒಳಪಟ್ಟಂತೆ  $Z = 5x_1 + 3x_2$  ಅನ್ನು ಗರಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಿರಿ. [6]

15. Derive the Cauchy's integral formula on analytic function.

ವಿಶ್ಲೇಷಣಾತ್ಮಕ ಫಲನದ ಕುರಿತು ಕೌಚಿಯ ಅನುಕಲನ ಸಮೀಕರಣ ಪಡೆದುಕೊಳ್ಳಿ. [6]

16. Using Euler's method, find an approximate value of  $y$  corresponding to  $x = 1$ , given that  $\frac{dy}{dx} = x + y$  and  $y = 1$  when  $x = 0$ .

$\frac{dy}{dx} = x + y$  and  $y = 1$  when  $x = 0$  ಇದ್ದಾಗ ಆಯಿಲರ್ ವಿಧಾನದಿಂದ  $y$  ನ ಸರಿಸುಮಾರು ಬೆಲೆಯನ್ನು  $x = 1$ ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [6]

17. Define Bitwise shift operators and demonstrate with example.

ಬಿಟ್‌ವೈಸ್ ಶಿಫ್ಟ್ ಆಪರೇಟರ್‌ಗಳ ಬಗ್ಗೆ ವಿವರಿಸಿ ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಯೊಂದಿಗೆ ನಿರೂಪಿಸಿ. [6]

18. Derive one dimensional wave equation of vibration of string.

ತಂತು ಕಂಪನದ ಒಂದು ಆಯಾಮ ತರಂಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಳ್ಳಿ. [6]

\* \* \*